

# Uma Introdução Intuitiva sobre Teoria de Grupos

Nesse post iremos abordar de uma forma bastante intuitiva a ideia de grupos, suas principais definições e propriedades. Após uma abordagem sucinta iremos mostrar um exemplo de grupo. O único pré-requisito para esse post é um conhecimento prévio sobre conjuntos e as operações básicas.

## Um Pouco Sobre Teoria de Grupos

Teoria de Grupos é muito usada em diversas áreas da física via teoria de representações (que não será abordada aqui), mostraremos a ideia de grupo de uma forma fundamental e simples que muitos de vocês irão se perguntar porque algo assim fica relegado a uns curiosos e aspirantes da área dentro das universidades.

Dado um conjunto  $(G)$  e uma operação qualquer que denotaremos por, " $(*)$ ", o sistema  $\{(G,*)\}$  é chamado de grupo se

- Se  $(a \in G)$  e  $(b \in G)$ , então  $(a*b = c \in G)$ , **Propriedade de Fechamento**;
- $((a*b)*c = a*(b*c))$ , **Associatividade**;
- $(\exists)$  um elemento  $(\epsilon \in G)$  tal que  $(\forall a \in G), (\epsilon*a = a)$ , **Elemento Neutro**;
- $(\forall a \in G) (\exists)$  um único elemento  $(a^{-1})$ , tal que  $(a*a^{-1} = \epsilon)$ , **Elemento Inverso**.

\*Notem que  $(a^{-1})$  é a notação de inverso, não que o elemento esteja elevado a menos um.

Esses elementos não precisam, necessariamente serem números como veremos posteriormente.

## Alguns Exemplos de Grupos

Se o grupo for comutativo, isto é,  $(a*b = b*a)$  o grupo é chamado de **Abeliano**.

Um **subgrupo** de  $(G)$  é um subconjunto  $(S)$  de  $(G)$  que também é um grupo sobre a mesma operação.

Um grupo fácil de se ver é o conjunto dos inteiros sobre a adição.

## Exemplo

$(5+3=8)$  Fechamento

$((5+2)+1=5+(2+1))$  Associativo

$(0)$  é o elemento neutro

e se  $(a=5; \Leftrightarrow a^{-1}=-5)$

Portanto a soma e subtração no conjunto dos inteiros são partes da mesma operação, a adição. Onde a soma é a adição de números positivos e a subtração entre um número negativo e um positivo.

Claramente esse grupo é abeliano.

$(5+2=2+5)$ .

Este exemplo é um de muitos sobre grupos. Porém não é um exemplo muito visual e não mostra uma das grandes importâncias do estudo sobre grupos, que é simetrias e propriedade de transformações. Por isso em um post posterior veremos esse grupo sobre a perspectiva de translações, veremos também outros grupos de formas bem visuais para entendermos a beleza dessa área.